أساسيات الرياضيات من الألف إلى الياء

لا غنى عنها للمعلم و الطالب

جمع وإعداد المعلم: سمير محمد وهدان

S.M.W.

أولا: الجساب والجبر

S.M.W

[١] مجموعات الأعداد:-

[٢] تصنيفات الأعداد :-

أولا: من حيث الزوجية والفردية

١) العدد الزوجي هو العدد الذي يقبل القسمة على 2

؛ ويُمكن كتابة العدد الزوجي x بالصورة: $x = 2k$ حيث k عدد صحيح.

٢) العدد الفردي هو العدد الذي لا يقبل القسمة على 2

؛ ويُمكن كتابة العدد الفردي x بالصورة: $x = 2k + 1$ حيث k عدد صحيح.

لاحظ: عدد فردي $\pm$ عدد فردي = عدد زوجي $\pm$ عدد زوجي = عدد زوجي.

؛؛ عدد فردي $\pm$ عدد زوجي = عدد فردي

و عدد فردي × عدد زوجي = عدد زوجي × عدد زوجي = عدد زوجي.

؛؛ عدد فردي × عدد فردي = عدد فردي

ثانياً: من حيث الأولي أو غير الأولي

١) عدد أولي: هو العدد الطبيعي الذي لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى الواحد.

؛ وهي الأعداد: {2 , 3 , 5 , 7 , 11 , 13 , ...} كلها فردية ما عدا العدد 2

٢) عدد غير أولي: هو العدد الذي لا يقبل القسمة إلا على نفسه (الواحد) وكذلك الأعداد التي لها أكثر من عاملين والتي تُسمى أعداد مؤلفة.

[٣] مضاعفات وعوامل الأعداد :-

١) المضاعفات لعدد ما x: هي ناتج ضرب العدد x في الأعداد :1 , 2 , 3 , ...

L C M لمجموعة من الأعداد هو أصغر عدد غير الصفر يقبل القسمة على هذه الأعداد جميعاً .

٢) عوامل العدد (قواسم العدد): قواسم العدد هي الأعداد التي تقبل القسمة عليه ؛ تُسمى عملية كتابة العدد على صورة حاصل ضرب عددين أو أكثر بتحليل العدد إلى عوامل.

G C D لعدة أعداد هو أكبر عدد يقبلُ القسمة عليه كل من هذه الأعداد.

• طريقة لإيجاد: g c d ، L c m لعددين:

١) نحلل كلاً من العددين لعواملهما الأولية.

٢) G C D = حاصل ضرب العوامل الأولية المشتركة الأقل تكراراً .

٣) L C M= حاصل ضرب العوامل الأولية المشتركة الأكثر تكراراً والغير مشتركة

لاحظ : L C M × G C D لعددين = حاصل ضرب العددين

مثال:

عددين أحدهما 9 ومضاعفهما المشترك الأصغر هو 18 و قاسمهما المشترك الأكبر هو 3 فما العدد الثاني؟

الحل: العدد الثاني $= \frac{18 \times 3}{9} = 6$

ملحوظة :

إذا كان m , n عددين ؛ بحيث m يقبل القسمة على n فإن :

g c d (m , n) = n ,, L c m (m , n) = m

مثال:

العددين: 60 , 12 مضاعفهما المشترك الأصغر هو 60

وقاسمهما المشترك الأكبر هو 12

[٤] قراءة الأعداد الكبيرة :-

يتم ترتيب الأرقام في منازل (خانات) كما يلي:

٤			٣			٢			١		
المليارات (البلايين)			الملايين			الألوف					
مئات	عشرات	آحاد	مئات	عشرات	آحاد	مئات	عشرات	آحاد	مئات	عشرات	آحاد
مثال											
3	0	5	9	8	7	6	5	4	3	2	1

هذا العدد يُقرأ على النحو التالي:

ثلاث مئة وخمسة مليارات و تسع مئة وسبعة وثمانون مليوناً وست مئة وأربعة وخمسون ألف وثلاث مئة وواحد وعشرون

ملاحظة لغوية: كل عدد مع المئة يكون مذكراً ؛ ومع الألف يكون يُعامل كتمييز مذكر للعدد الذي قبله (ثلاثة ألاف–أحد عشر ألف–خمسة عشر ألفاً–خمسة وثلاثون ألفاً– ....)

تدريب:

العدد كتابة	العدد قراءةً
68500456174	
300001005	
50750021450	

2589630014	
789500005012	

[٥] كتابة الأعداد الكبيرة :-

يتم تحديد المنازل (الخانات) ووضع كل رقم في خانته (منزلته):

مثال

العدد: أربع مئة وسبعة وخمسون بليوناً و خمس مئة وثلاثة أربعون مليوناً وتسع مئة ألف وثمان مئة واثنان وثلاثون يُكتب بالصورة:

			الألوف			الملايين			المليارات (البلايين)		
آحاد	عشرات	مئات	آحاد	آحاد	عشرات	مئات	آحاد	آحاد	عشرات	مئات	آحاد
2	3	8	0	0	9	3	4	5	7	5	4

ملاحظة: الأصح في اللغة العربية أن نبدأ بالعدد الأصغر عند القراءة

تدريب

العدد قراءةً	كتابة
ثلاث مئة وستة مليارات و تسع مئة وثمانية ملايين وست مئة وأربعة وثلاثون ألف وثلاث مئة وتسع وعشرون.	
خمس مئة وخمسة مليارات و سبع مئة وسبعة وسبعون مليوناً وست مئة وسبعة وستون ألف وثلاث مئة وعشرون.	
ثلاث مئة وخمسة وسبعون مليار و خمس مئة وثمانون مليوناً وست مئة وأربعة وخمسون ألف وثلاث مئة وواحد وعشرون.	

ثلاث مئة وثلاثة مليارات وثمانون مليوناً وست مئة ألف وواحد وعشرون.	

[٦] الكسور الاعتيادية والكسور العشرية :-

١) الكسر الاعتيادي هو ما يُكتب بالصورة: $\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}$ وعادة ما يكون أقل من الواحد

٢) الكسر العشري هو ما يُكتب على صورة أرقام يمين الفاصلة العشرية مثل 0.3

التحويل بين الكسر الاعتيادي والكسر العشري والعكس:

[٧] العدد الكسري و العدد العشري :-

١) العدد الكسري هو كسر غير حقيقي مؤلف من عدد صحيح وكسر حقيقي .

نحصل على العدد الكسري بقسمة البسط على المقام وكتابة الناتج عدد صحيح والباقي بسط ونضع المقام نفسه.

٢) العدد العشري هو عدد صحيح وكسر عشري ويمكن كتابته باستخدام الفاصلة العشرية .

مثال : $7\frac{3}{10} = 7.3$ نسمي 7 الجزء الصحيح وَ نسمي 3 الجزء العشري

[٨] قراءة وكتابة الأعداد العشرية :-

مثال											
العدد: أربع مئة وسبعة وخمسون و خمس مئة وثلاثة أربعون من ألف											
الكسر العشري				الفاصلة العشرية				الألوف			
من عشرة ألاف	من ألف	من مئة	من عشرة	,	آحاد	عشرات	مئات	آحاد	عشرات	مئات
0	3	4	5	.	7	5	4	0	0	0

مثال											
العدد: سبع مئة وثلاثة وثمانون ألف و ست مئة واثنتان و أربعون من عشرة ألاف											
الكسر العشري				الفاصلة العشرية				الألوف			
من عشرة ألاف	من ألف	من مئة	من عشرة	,	آحاد	عشرات	مئات	آحاد	عشرات	مئات
2	4	6	0	.	0	0	0	3	8	7

ملاحظات مهمة :

١) عند إضافة أصفار يمين الكسر العشري فإن قيمته لا تتغير:

$$12.74500000 = 12.7450 = 12.745$$

٢) عند ضرب العدد العشري في قوى العدد 10 فإننا نُحرك الفاصلة العشرية جهة اليمين عدداً من المنازل = عدد أصفار قوى العشرة:

$$2.34567 \times 10^3 = 2.34567 \times 1000 = 2345.67$$

٣) عند قسمة العدد العشري على قوى العدد 10 فإننا نُحرك الفاصلة العشرية جهة اليسار عدداً من المنازل = عدد أصفار قوى العشرة:

$$2.34567 \div 10^4 = 2.34567 \div 10000 = 0.000234567$$

[٩] العمليات على الكسور الاعتيادية:-

[١] جمع أوطرح: لابد من توحيد المقامات مثال: $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1\times3+1\times4}{3\times4}=\frac{7}{12}$

[٢] ضرب: تضرب البسط × البسط؛ المقام × المقام مثال: $\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1\times1}{4\times3}=\frac{1}{12}$

[٣] قسمة: تتحول إلى ضرب مقلوب الكسر الثاني

مثال: $\frac{1}{4} \div 3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{4 \times 3} = \frac{1}{12}$

[٤] للمقارنة بين كسريين: توجد ثلاث حالات :

١) إذا كان الكسران لهما نفس المقام: الكسر الذي له البسط الأكبر يكون هو الكسر الأكبر

٢) إذا كان الكسران لهما نفس البسط: الكسر الذي له المقام الأكبر يكون هو الكسرالأصغر

٣) إذا كان مقامي الكسريين مختلفين: نوحد مقاميهما ونقارن بين بسطيهما كما في (١) .

- قاعدة الإشارات :

	الجمع	الضرب / القسمة
متشابهة	ضع نفس الإشارة واجمع العددين	الناتج موجب
مختلفة	ضع إشارة العدد الأكبر واطرح العدد الصغير من العدد الكبير	الناتج سالب

[١٠] العمليات بين الأعداد الصحيحة والكسور :-

١) جمع أو طرح عدد صحيح مع كسر (أو العكس):

نضرب مقام الكسر في العدد الصحيح وتجمع أو تطرح الناتج مع البسط

ثم تضع الناتج النهائي بسطاً لكسر له نفس مقام الكسر الموجود

مثلا: $3 - \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5 - 2}{5} = \frac{13}{5}$ ، $4 + \frac{7}{11} = \frac{4 \times 11 + 7}{11} = \frac{51}{11}$

٢) ضرب عدد صحيح مع كسر (أو العكس):

نضرب بسط الكسر في العدد الصحيح

ثم تضع الناتج النهائي بسطاً لكسر له نفس مقام الكسر الموجود

مثلا: $3\times\frac{2}{7}=\frac{3\times2}{7}=\frac{6}{7}$

٣) قسمة عدد صحيح على كسر:

نضرب العدد الصحيح في مقلوب الكسر

أو: نضرب العدد الصحيح في مقام الكسر ونضع الناتج بسطاً لكسر مقامه هو بسط الكسر الأصلي

مثلا: $4\div\frac{3}{8}=\frac{4\times8}{3}=\frac{32}{3}$

٤) قسمة كسر على عدد صحيح:

نضرب مقام الكسر في العدد الصحيح و تضع الناتج مقاماً لكسر له نفس بسط الكسر الموجود

مثلا: $\frac{4}{7}\div8=\frac{4}{7\times8}=\frac{1}{14}$

٥) لإيجاد كسر (أو نسبة) من عدد صحيح:

نضرب الكسر أو النسبة في العدد الصحيح (راجع رقم٢)

مثلا: أوجد ثلاثة أخماس العدد 35

الحل: $\frac{3}{5} \times 35 = \frac{3 \times 35}{5} = 21$

٦) لإيجاد عدد عُرفت قيمة كسر (نسبة) منه:

نقسم هذه القيمة على الكسر (النسبة) (راجع رقم٣)

مثلا: أوجد العدد الذي 70 % منه تساوي 350

الحل: $350 \div 70\% = 350 \div \frac{70}{100} = \frac{350 \times 100}{70} = 500$

[١١] بعض الكسور المتكافئة الشهيرة:-

الكسر الاعتيادي	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
الكسر العشري	0.1	0.125	0.2	0.25	0.5	0.75
النسبة المئوية	10%	12.5%	20%	25%	50%	75%

مهارات بسيطة :

١) عند الضرب في 25: اضرب العدد في 100 واقسم الناتج على 4 وبالعكس

$$\frac{3125}{25} = \frac{3125 \times 4}{100} = 125$$

٢) عند الضرب في 125: اضرب العدد في 1000 واقسم الناتج على8 وبالعكس

$$324 \times 125 = \frac{324 \times 1000}{8} = 40500$$

٣) عند الضرب في 15: ضع صفراً يمين العدد وأضف إليه نصفه

$$17 \times 15 = (170) + 85 = 255$$

[١٢] تقريب الأعداد :-

لتقريب عددٍ ما لأقرب جزء من عشرة – من مئة – من ألف....

أو لأقرب عدد صحيح نتبع المُخطط التالي:

مثال:

السؤال	الحل

قرب العدد 3562.517 لأقرب جزء من مئة	3562.52
قرب العدد 3562.517 لأقرب عدد صحيح	3563
قرب العدد 3562.517 لأقرب جزء من عشرة	3562.5

[١٣] تحديد القيمة المكانية لـرقم :-

يُقصد بالقيمة المكانية أو المنزلية لرقم هو معرفة المُسمى : آحاد – عشرات – مئات – آحاد ألوف – .....

ويتم تحديد القيمة المكانية (المنزلية) لرقم موجود ضمن خانات عددٍ ما بكتابة هذا الرقم وحذف الأرقام الموجودة على يساره واستبدال الأرقام الموجودة على يمينه بأصفار.

مثال

القيمة المكانية للرقم 7 في العدد: 213754215 تساوي 700000

، القيمة المكانية للرقم 1 في العدد: 243754215 تساوي 10

، القيمة المكانية للرقم 2 في العدد: 513724615 تساوي 20000

، القيمة المكانية للرقم 3 في العدد: 24875421.135 تساوي 0.03

تدريب

العدد	القيمة المكانية للرقم 5

1450023587	
8541298732	
2364785219	

[١٤] قابلية القسمة على بعض الأعداد:-

قابلية القسمة على	الشرط
2	خانة آحاد العدد عدداً زوجياً
3	مجموع أرقام العدد تقبل القسمة على 3
4	العدد المكون من خانتي الآحاد والعشرات يقبل القسمة على 4
5	خانة الآحاد 0 أو 5
6	العدد زوجياً ويقبل القسمة على 3
7	العدد الناتج من حذف خانة الآحاد – ضعف خانة الآحاد = عدد يقبل القسمة على 7 (وممكن نستمر بنفس الطريقة)
	مثال: العدد 8918 „ 891 – 16 = 875 ,, 87 – 10 = 77 والعدد 77 كما هو معلوم يقبل القسمة على 7
8	العدد المكون من الثلاثة خانات: آحاد و عشرات و مئات يقبل القسمة على 8 أو: نصف العدد يقبل القسمة على 4
9	مجموع أرقام العدد تقبل القسمة على 9
10	خانة الآحاد 0
11	الفرق بين مجموع الخانات الزوجية الرتبة و مجموع الخانات الفردية الرتبة = 0 أو مضاعفات العدد 11
	مثال: العدد 1493745: مجموع الخانات الزوجية = 11 ، ومجموع الخانات الفردية الرتبة = 22 و الفرق بينهما = 11 يقبل القسمة على 11
13	نضـــرب آحاد العدد المطلوب دراســـته في 9 ونطرح الناتج من باقي العدد المطلوب ونستمر بنفس الطريقة حتى نحصل على عدد يقبل القسمة على 13

مثال: العدد 2535 : (9×5) − 253 = 45 − 253 = 208 208 ÷ 13 = 16 لذلك العدد 2535 يقبل القسمة على 13	

[١٥] خانة آحاد بعض الأعداد:-

[١] كل من الأعداد: 2 ، 3 ، 7 أسها دوري ودورته = 4

فلإيجاد خانة آحاد كل منها: نقسم الأس على٤ونأخذ الباقي ونتبع الجدول التالي:

العدد	باقي قسمة الأس على 4	رقم احاد العدد الناتج
2	0	6
	1	2
	2	4
	3	8
3	0	1
	1	3
	2	9
	3	7
7	0	1
	1	7
	2	9
	3	3

ملاحظة:معنى أن باقي قسمة العدد على 4 = 0 أن هذا العدد يقبل القسمة على 4

[٢]العددين : 5 ، 6 رقم آحادهما لأي أس مرفوع لكليهما = على الترتيب 5 ، 6

[٣] من المعلوم أن رقم آحاد العدد 10 مرفوع لأي أس = 0

[٤] الأعداد التي أكبر من 10 نوجد باقي قسمتها على 10 (ومضاعفاتها) ونأخذ باقي القسمة ونطبق ما سبق في [١] ، [٢] ، [٣]

مثال : أوجد خانة آحاد العدد $(13)^{100}$

الحل: باقي قسمة 13 على 10 هو 3،الأس100 يقبل القسمة على 4 ⟸رقم الآحاد=1

[١٦] المُعدل:-

عند المُقارنة بين مقدارين من نوعين مختلفين نُسمى الناتج بالُمعدل ؛ وتمييز المُعدل = وحدة المقدار الأول لكل وحدة من المقدار الثاني

مثال: إذا أنهى شخص قراءة القرآن في عشرة أيام فإن مُعدل ما يقرأه من أجزاء في اليوم الواحد = عدد أجزاء القرآن الكريم ÷ عدد الأيام

أي أن مُعدل قراءة الشخص = $\frac{30}{10}$ = 3 أجزاء لكل يوم

[١٦] النسبة:-

هي مقارنة بين شيئين (عددين – مقدارين – ....) دون تمييز

صيغ النسبة:

١) على هيئة نقطتين: مثلاً 6 : 20

٢) على هيئة كسر عادي: $\frac{3}{10} = \frac{6}{20}$

٣) على هيئة كسر عشري: 0.3

٤) على هيئة صيغة مئوية: 30 %

وكل من الصيغ الأربعة السابقة متكافئة

$$\text{أي أن: } 20 : 6 = \frac{6}{20} = 0.3 = 30\ \%$$

ملحوظة :

إذا كان: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ حيث: $b \neq 0 , d \neq 0$

فإن: $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ (١) $\quad a \times d = c \times b$ (٢)

$a \neq c , , b \neq d$ (٣) $\quad \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (٤)

[١٧] التحويل بين الصيغ المختلفة للنسبة:-

	نقطتين	كسر عادي	كسر عشري	صيغة مئوية
نقطتين		ضع العدد الأول بسط و العدد الثاني مقام	اقسم العدد الأول على العدد الثاني	اضرب العدد الأول في 100 ثم اقسم على العدد الثاني وضع علامة %
كسر عادي	ضع البسط هو العدد الأول و المقام هو العدد الثاني		اجعل المقام من قوى العدد 10 و غير ما يلزم للبسط	اضرب البسط في 100 ثم اقسم على المقام وضع علامة %
كسر عشري	اجعل المقام من قوى العدد 10 وضع البسط هو العدد الأول	العدد هو البسط و قوى ال 10 هي المقام		اضرب العدد في 100 وضع علامة %

صيغة مئوية	العدد الأول هو النسبة و العدد الثاني هو 100	العدد هو البسط و المقام 100	احذف علامة %	

[١٨] إيجاد مقدار النسبة:-

هنا نقسم الجزء على الكل أي أن النسبة = $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}}$

مثال:

اشترى محمد سيارة بمبلغ 70000 ريال ؛ وصرف على نقل ملكيتها مبلغ 2500 ريال ثم باعها بمبلغ 87000 ريال فإن نسبة مكسبه = ...

[١٩] النسبة المئوية:-

$$= \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times 100$$

مثال:

مصنع صغير في إحدى الأيام تغيب خُمس العمال فإن النسبة المئوية للحضور=..

[٢٠] التناسب:-

هو تساوي نسبتين أو أكثر

إذا كانت الكميات: a , b , c , d متناسبة فإن: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

إذا كانت الكميات: a , b , c متناسبة فإن: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

ويكون: b وسطاً متناسباً بين a , c أي أن: $b^2 = a \times c$

إذا كان : $a \times d = b \times c \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ والعكس صحيح

مثال:

أوجد الثالث المتناسب بين الكميات: 12 , ... , 3 , 2

[٢١] التناسب الطردي:-

هنا يكون زيادة مع زيادة أو نقصان مع نقصان

ويكون الحل بالمقص أو التدرج المنتظم

مثال:

يُوفر خالد من مصروفه اليومي 25 ريال كل ثلاثة أيام ؛ بعد كم يوم يُصبح مع أحمد مبلغ 100 ريال؟

[٢٢] التناسب العكسي:-

هنا يكون زيادة مع نقصان أو نقصان مع زيادة

ويكون الحل على صيغة: نصف دائرة علوية = نصف دائرة سفلية

مثال:

قطع قطار المسافة بين مدنيتين في 45 ساعة عندما كانت سرعته 90 كلم / ساعة فإن سرعته عندما يقطع نفس المسافة في 30 ساعة = ... كلم / ساعة

[٢٣] الضرب التبادلي:-

هنا يكون فاعل و مفعول و زمن

ويكون الحل على صيغة: ٧ = ٨

مثال:

إذا استطاع ٦٠ عاملاً بناء ثُلث جدار في ٢٠ يوماً ؛ فما عدد العمال اللذين يكملون الجدار في شهر؟

[٢٤] التناسب بين ثلاث كميات:-

الأول : الثاني : الثالث

a : b

c : d

==========

$a \times c$: $b \times c$: $b \times d$

نحسب مجموع الأجزاء = $a \times c + b \times c + b \times d$ ←

ومن ثم نحسب نصيب كمية ؛ مثلاً: نصيب الأول = $\frac{a \times c}{\text{مجموع الأجزاء}}$

مثال:

إذا كانت النسبة بين ما يمتلكه أحمد إلى ما يمتلكه خالد كنسبة 3 : 2

وكانت نسبة ما يمتلكه عماد إلى ما يمتلكه خالد تساوي 4 : 3

فإذا كان مجموع ما يمتلكه الثلاثة هو 58000 ريال فأوجد ما يمتلكه خالد

[٢٥] نسبة الزيادة = $\frac{\text{العدد الناتج} - \text{العدد الأصلي}}{\text{العدد الأصلي}} \times ١٠٠$

مثال:

سلعة ما تمت زيادة سعرها بنسبة % 25 لُيصبح سعرها 120 ريال ؛ فإن سعرها قبل الزيادة = ... ريال

[٢٦] نسبة النقصان = $\frac{\text{العدد الأصلي} - \text{العدد الناتج}}{\text{العدد الأصلي}} \times ١٠٠$

مثال:

اشترى سعد سيارة فدفع 80000 ريال ؛ فإذا كان السيارة مكتوب عليها 96000 ريال فما نسبة الخصم التي حصل عليها سعد؟

[٢٧] النسبة الناتجة من التزايد المتتالي:-

$$\text{مجموع النسبتين} + \frac{\text{حاصل ضرب النسبتين}}{100} =$$

مثال:

سلعة تم زيادة سعرها بنسبة 20% ثم زيادة أخرى تُقدر بـ 10% فما نسبة الزيادة في سعرها؟

[٢٨] النسبة الناتجة من الخصم المتتالي:-

$$\text{مجموع النسبتين} - \frac{\text{حاصل ضرب النسبتين}}{100} =$$

مثال:

سلعة تم الخصم من سعرها 20% ثم خصم 10% فما نسبة الخصم في سعرها؟

[٢٩] مقياس الرســم:-

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$$

مثال:

المسافة بين بلدين = 35 km ؛ إذا كانت المسافة بينهما على الخريطة 5 cm

فإن مقياس الرسم = ...

[٣٠] السرعة المتوسطة:-

السرعة المتوسطة لسيارة معلوم سرعتها ذهاباً و إياباً و تقطع نفس المسافة

$$= \frac{\text{٢} \times \text{حاصل ضرب السرعتين}}{\text{مجموع السرعتين}}$$

مثال:

تسير سيارة بسرعة 65 km/h ذهاباً ثم تعود وتقطع نفس المسافة بسرعة 85km/h فما سرعتها المتوسطة خلال الرحلة كاملة؟

[٣١] الزمن:-

[١] الزمن بين حركة سيارتين تتحركان في نفس الاتجاه =

$$\frac{\text{المسافة}}{\text{الفرق بين السرعتين}}$$

مثال:

تنطلق سيارتان من نفس المكان و في نفس الاتجاه فإذا كانت سرعة الأولى 80 km/h و سرعة الثانية 60 km/h فما المسافة بين السيارتان بعد ساعتين من لحظة انطلاقهما ؟

[٢] الزمن بين حركة سيارتين تتحركان في اتجاهين متعاكسين =

$$\frac{\text{المسافة}}{\text{مجموع السرعتين}}$$

مثال:

تسير سيارة بسرعة 65 km/h و تسير دراجة هوائية بسرعة 20 km/h في اتجاهين متعاكسين بعد كم دقيقة تُصبح المسافة بينهما 510 km؟

[٣] زمن انجاز عمل بواسطة شخصين معاً = $\frac{\text{حاصل ضرب العددين}}{\text{مجموع العددين}}$

= زمن تعبئة خزان بصنبورين

مثال:

يستطيع عامل إنهاء عمله في عشر ساعات ؛ ويستطيع عامل أخر إنهاء نفس العمل في 6 ساعات ؛ إذا قاما العاملان بالعمل معاً فما هو الوقت اللازم لإنهاء نفس العمل بالدقائق؟

[٤] زمن التفريغ = $\frac{\text{حاصل الضرب}}{\text{الفرق بين العددين}}$

مثال:

صنبور يملأ خزان في أربع ساعات و في أسفل الخزان تُوجد فتحة للتفريغ ؛ تفرغ الخزان بالكامل في ساعة واحدة ، إذا فتحنا الصنبور و الفتحة معا و كان الخزان ممتلئ فكم من الوقت يمضي حتى يفرغ الخزان كاملاً ؟

[٥] زمن انجاز عمل بواسطة عدة أشخاص

= زمن تعبئة خزان بعدة صنابير

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n1} + \frac{1}{n2} + \frac{1}{n3}$$

مثال:

صنبور ماء يملأ خزان في ٤ ساعات و صنبور أخر يملأ نفس الخزان في ثلاث ساعات و صنبور ثالث يملأه في ساعة و نصف؛ إذا تم فتح الصنابير الثلاثة معاً فبعد كم دقيقة يمتلأ الخزان؟

[٣٢] أعداد مهمة:-

[١] عدد الأعواد التي تكون مثلثات = (٢ × عدد المثلثات) + ١

مثال:

إذا كانت ثلاثة أعواد تكون مثلث فكم عوداً يلزم لتكوين 37 مثلثاً؟

[٢] عدد الأعواد التي تكون مربعات = (٣ × عدد المربعات) + ١

مثال:

إذا كانت أربعة أعواد تكون مربع فكم مربعاً يُمكن تكوينها من 76 عود ؟

[٣] حساب عدد الساعات و الأيام و الشهور

مثال:

إذا كان اليوم هو الثلاثاء فإن اليوم الذي بعد 80 يوماً هو...

مثال:

نحن الآن في شهر الله المحرم ما اسم الشهر الذي نكون فيه بعد ٩٠ شهراً؟

[٤] عدد دورات عجلة $= \frac{\text{المسافة}}{\text{محيط العجلة}}$

مثال:

نصف قطر عجلة دراجة = 0.35 m؛ كم عدد دورات العجلة اللازمة لقطع مسافة 220 m

[٥] قياس الزاوية بين عقربي الساعة =

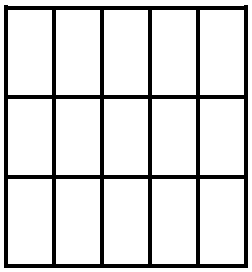
$$\left|\left(\frac{11}{2} \times \text{عدد الدقائق}\right) - \left(30 \times \text{عدد الساعات}\right)\right|$$

مثال:

إذا كانت الساعة التاسعة و خمس دقائق فما الزاوية التي يصنعها عقرب الساعات مع عقرب الدقائق؟

[٦] عدد المستطيلات التي ينقسم إليها مستطيل $= \binom{m}{2} \times \binom{n}{2}$

حيث m = عدد الخطوط الرأسية ؛ n = عدد الخطوط الأفقية



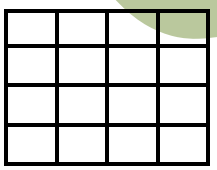
مثال:

عدد المستطيلات التي بالشكل المجاور = ...

[٧] عدد المربعات التي ينقسم إليها مربع $= \sum_{k=1}^{n} k^2$ **حيث n= طول ضلع المربع**

مثال:

عدد المربعات التي بالشكل المجاور = ...



[٨] عدد الأعداد الفردية المحصورة:

١) بين عددين فرديين معاً = $\frac{\text{الكبير} - \text{الصغير}}{2} - 1$

2) بين عددين زوجيين معاً = $\frac{\text{الكبير} - \text{الصغير}}{2}$

3) بين عددين أحدهما زوجياً و الآخر فردياً = $\frac{\text{الكبير} - \text{الصغير} - 1}{2}$

[٩] عدد الأعداد الزوجية المحصورة:

١) بين عددين زوجيين معاً = $\frac{\text{الكبير} - \text{الصغير}}{2} - 1$

2) بين عددين فرديين معاً = $\frac{\text{الكبير} - \text{الصغير}}{2}$

3) بين عددين أحدهما زوجياً و الآخر فردياً = $\frac{\text{الكبير} - \text{الصغير} - 1}{2}$

- ترتيب العمليات الحسابية :

١) تبسيط الأقواس (من الداخل للخارج)

٢) حساب قيمة القوى (الأسس)

٣) ضرب ثم قسمة بالترتيب مبتدأً من اليمين لليسار إذا كنا نكتب باللغة العربية.

٤) جمع ثم طرح بالترتيب مبتدأً من اليمين لليسار إذا كنا نكتب باللغة العربية.

[٣٣] مجاميع مهمة:-

1) $1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + n = \frac{n\,(n+1)}{2}$

$$2)\ 1+3+5+7+\cdots+(2n-1)=n^2$$

$$3)\ 2+4+6+8+\cdots 2n=n(n+1)$$

[٣٤] الأسس (القوى):-

١) الأس يعني عدد مرات تكرار العدد في عملية الضرب مثلاً $a^3=a\times a\times a$

٢) أي عدد غير الصفر مرفوع للأس صفر = 1: $a^0=1\ ,a\neq 0$

٣) في حالة الأس السالب نقلب الأساس: $\frac{1}{c^{-3}}=c^3$,, $a^{-2}=\frac{1}{a^2}$

٤) إذا كان الأساس سالب فتوجد حالتان:

أ) الأس فردي: فإن الناتج سالب $(-a)^5=-a^5$

ب) الأس زوجياً: فإن الناتج موجباً $(-a)^6=+a^6$

٥) تجمع الأسس في حالة ضرب نفس الأساسات: $a^m\times a^n=a^{m+n}$

٦) تطرح الأسس في حالة قسمة نفس الأساسات: $\frac{a^x}{a^y}=a^{x-y}$

٧) تضرب الأسس في حالة قوة القوة(لاحظ الأقواس): $(x^m)^n=x^{m\times n}$

٨) الأس الكسري هو صورة للجذر بسط الأس هو قوة للأساس ؛ ومقام الكسر هو دليل للجذر: $a^{\frac{x}{y}}=\sqrt[y]{a^x}$

٩) الأسس تتوزع على الضرب والقسمة:

$$(a\times b)^m=a^m\times b^m$$

$$\left(\frac{m}{n}\right)^c=\frac{m^c}{n^c}$$

و العكس صحيح

[٣٥] بعض المتطابقات الشهيرة:-

$$1)\ (x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$$

مثال: $(2a - 5b)^2 = (2a)^2 - 2 \times 2a \times 5b + (5b)^2$

$$= 4a^2 - 20ab + 25b^2$$

$$2)\ (x \pm y)^3 = x^3 \pm 3x^2 y + 3xy^2 \pm y^3$$

مثال: $(3a - 4b)^3 =$

$$(3a)^3 - 3 \times (3a)^2 \times 4b + 3 \times (3a) \times (4b)^2 - (4b)^3$$

$$= 27a^3 - 108a^2 b + 144ab^2 - 64b^3$$

$$3)\ (x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

مثال: $(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2$

$$= 5 - 3 = 2$$

ملحوظة :

$$x^n \left(\frac{a}{x^n} \pm b\right)^n = (a \pm bx)^n$$

[٣٦] الجذور:-

العدد المربع الكامل هو العدد الذي له جذر تربيعي مثل: ... , 16 , 9 , 4 , 1

لتبسيط الجذر التربيعي لعدد ما ليس مربعاً كاملاً نبحث عن عددين حاصل ضربهما يساوي العدد المعلوم بحيث يكون أحدهما مربع كامل.

مثلا: $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$

- أهم قوانين الجذور:

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b} \quad ,,, \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt{a} \pm \sqrt{b} = \sqrt{(a+b) \pm 2\sqrt{a \times b}}$$

[٣٧] قوانين اللوغاريتمات:-

$$Log_b\, b^x = x = x^{Log_b x}$$

$$Log_a a = 1$$

$$Log_x(a \times b) = Log_x(a) + Log_x(b)$$

$$Log_a 1 = 0$$

$$Log_x\left(\frac{a}{b}\right) = Log_x(a) - Log_x(b)$$

التحويل بين الصورة الأسية والصورة اللوغاريتمية :

$$Log_b\, b^x = x = x^{Log_b x}$$

$$Log_x b = y \leftrightarrow x^y = b$$

$$Log_a x^n = n \times Log_a x$$

$$Log_a\left(\frac{1}{m}\right) = -Log_a(m)$$

[٣٨] تحليل المقادير الجبرية:-

المقدار	الشكل العام	التحليل
إخراج العامل المشترك	$ax-cy-cx+ay$	$x(a-c)+y(a-c)$ $=(a-c)(x+y)$
الفرق بين مربعين	x^2-y^2	$(x-y)(x+y)$
الفرق بين مكعبين	x^3-y^3	$(x-y)(x^2+xy+y^2)$
مجموع مكعبين	x^3+y^3	$(x+y)(x^2-xy+y^2)$
المقدار الثلاثي	$ax^2+bxy+cy^2$	استخدم التحليل بالمقص
	$ax^2+bxy-cy^2$	
المقدار المربع الكامل	هو مقدار ثلاثي حده الأخير موجباً ؛ وكلاً من حديه الأول و الثالث لهما جذراً تربيعياً ؛ وحاصل ضرب جذريهما × 2 يساوي الحد الأوسط	$(\text{جذر الأول} \quad \text{إشارة الثاني} \quad \text{جذر الثالث})^2$

☒ القيمة المطلقة :

$$|x| = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

ملحوظة 1 : $|-x| = |x|$ مثلاً: $|-5| = |5| = 5$

ملحوظة 2 : $|x| = \sqrt{x^2} = \sqrt[4]{x^4} = \sqrt[6]{x^6} = \cdots$

تمارين على الجزء الأول

أكمل:

[1] $\frac{9}{20} = \cdots$ %

[2] إذا كان: $\frac{16}{x} = \frac{x}{9}$ فإن: $x = \ldots$

[3] 30 % من 450 = ...

[4] 45 % من 300 = ...

[5] $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \ldots.$

[6] $1\frac{3}{4} = \cdots$ %

[7] $\frac{4}{5} = \cdots$ %

[8] النسبة بين العددين 9.6 ,, $3\frac{1}{5}$ تساوي ....

[9] 300 هللة : 1.5 ريال = ... : ....

[10] إذا كان $\frac{x}{21} = \frac{2}{7}$ فإن ..... = $x + 2$

[11] إذا كان $\frac{x}{20} = \frac{2}{5}$ فإن $x - 2 =$ .....

[12] إذا كان $\frac{x}{18} = 10\ \%$ فإن قيمة $x =$ .....

[13] التقطت صورة لمبنى ارتفاعه 50 m فإذا كان مقياس الرسم 1 : 10000

فإن ارتفاع المبنى في الصورة = ... cm

[14] إذا كانت: x : y = 5 : 2 فإن: $\frac{x+y}{x-y} =$ ....

[15] إذا كانت: $\frac{15}{x} = \frac{20}{28}$ فإن x – 2 = ...

[16] إذا كانت $\frac{3}{4}x = \frac{5}{8}y$ فإن $\frac{x}{y} =$ ....

[17] إذا كان a عدد حقيقي غير صفري وكان: $a+\frac{1}{a}=5$

فإن: $a^2+\frac{1}{a^2}=$.....

[18] إذا كان x % من العدد x = 4 فإن العدد x = ...

[19] أصغر عدد إذا ضربناه في 220 يكون الناتج مربعاً كاملاً هو .....

[20] قيمة $\ldots = Log_2\left(Log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)$

[21] $\ldots . = \frac{x^2y^2-1}{(xy-1)^2}$

[22] $\ldots = \sqrt{6}-\sqrt{7-\sqrt{24}}$

[23] جهاز قيمته250ريال؛ تم تخفيض سعره 24% فإن سعره بعد التخفيض =

..

[24] $\ldots = \frac{6^{10}+6^{10}+6^{10}}{6^{10}}$

[25] $\ldots . = \sqrt{\sqrt[3]{8}} \div \sqrt[3]{4}$

[26] $\ldots = \frac{3x^2-6x}{x^2+3x-10}$

[27] حل المعادلة: $Log_2(x+2)=3$ هو ...

[28] إذا كان : $a=Log(2), b=Log(3)$ فإن : $\frac{1}{2}Log\left(\frac{9}{4}\right)=....$

[29] حل المعادلة : $Ln(x)-Ln\left(\frac{1}{x}\right)=2$ هو ....

[30] $Log_6\left(\sqrt[3]{36}\right)+Log\left(\sqrt[3]{10}\right)$ = ...

[31] إذا كان: $4^{x+1}+4^{x-1}=68$ فإن: x = ...

[32] $Log_3\left(Log_2(x^3)\right)-Log_3\left(Log_2(x)\right)=.....$

[33] زرع مزارع 540 نخلة و أثمر منها 420 فإن نسبة النخل المُثمر= ...

[34] قيمة 60% من 0.8 تساوي ...

[35] قُسم مبلغ 3500 ريال على 3 أشخاص و كانت نسبة الأول إلى الثاني هي 3 : 2 ونسبة الثاني إلى الثالث 5 : 4 فإن نصيب الثالث = ...

[36] إذا كان: $\frac{2}{x}+\frac{3}{x}+\frac{5}{x}=2$ فإن: x = ...

[37] إذا كانت الساعة الآن هي الثالثة فكم تكون بعد ٥٠ ساعة؟

[38] لدينا درجات سلم نستطيع أن نعدها ستاً ستاً وثمانية ثمانية وعشراً عشراً

ما هو أقل عدد من يُمثل درجات السلم؟

[39] ما خانة آحاد العدد 2^{968}

[40] خمسة عمال يُنتجون خمسة صناديق في خمس ساعات ؛ عدد الصناديق التي يُنتجها عشرة عمال في عشر ساعات = ...

[41] إذا كان اليوم هو الخميس فقبل ٣٠ يوماً كان يوم ....

[42] تقاسم ثلاثة أصدقاء مبلغاً من المال ؛ فأخذ الأول خُمسي المبلغ والثاني ثُلث المبلغ وتبقى للثالث 120 ريال فإن المبلغ الإجمالي كان = ...

[43] إذا كان ثُلث عدد ما يساوي 40% من 20 فإن العدد = ...

[44] حصل طالب على 80% في مادة الرياضيات في اختبار الفترة الأولى ؛

وفي اختبار الفترة الثانية حصل على 96% فإن نسبة تحسن درجته = ...

[45] سلعة ما تمت زيادة سعرها بنسبة % 25 لُيصبح سعرها 120 ريال ؛ فإن

سعرها قبل الزيادة = ... ريال

[46] إذا كان العدد $89x43$ يقبل القسمة على 11 فإن: x = ...

[47] $\left(1+\frac{1}{2}\right)+\left(1+\frac{1}{3}\right)+\left(1+\frac{1}{4}\right)=\cdots$

[48] $\sqrt{\sqrt{49+49+49+49}}=\cdots$

[49] إذا كانت a,b,c أعداد طبيعية وكان: $\frac{38}{11}=a+\frac{1}{b+\frac{1}{c}}$

فإن:.... = c

[50] $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{5^{48}}}}$ = ...

[51] إذا كان: $x+y=5\ ,xy=7$ فإن: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\cdots$

[52] رُبع الثلاثة أخماس = ...

[53] $40\% - \frac{2}{5} = \ldots.$

[54] $\frac{3^{m+1}+3^{m+2}}{3^{m-2}} = \ldots..$

[55] $\frac{3^5+3^5+3^5+3^5}{2\times 3^5} = \cdots$

[56] $2568 \times 10001 = \cdots$

[57] $\frac{1.7\times 0.17\times 0.17}{17^3} = \cdots$

[58] آلة تُنتج 600m من النسيج في ساعة ونصف فإن

معدل الانتاج =... سم/دقيقة

[59] العدد $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ نظيره الجمعي هو .... و نظيره الضربي هو...

[60] إذا كان: $x+\frac{1}{x}=7$ فإن: $x^2+x^{-2}=\cdots$

[61] إذا كان: $x^2 + \frac{1}{x^2} = 9$ فإن: $x + \frac{1}{x} = \cdots$

[62] $1 + 2 + 3 + \cdots + 80 = \cdots$

[63] $1 + 3 + 5 + \cdots + 27 = \cdots$

[64] $\frac{1}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\frac{1}{3}} + \frac{1}{\frac{1}{4}} = \cdots$

[65] الأعداد: 25 , 9 , 8 أوليان مثنى مثنى لأن .....

[66] إذا كان n عدداً زوجياً فإن : $\sqrt[n]{x^n}$ = ...

[67] خانة الآحاد للناتج: $3^{3256} \times 2^{2458}$ هي ....

[68] العدد الموجود في الخانة رقم 1973 للعدد $0.\overline{31752}$ هو ....

[69] $\left(\sqrt{125}-\sqrt{20}\right)^2=\cdots$

[70] $\frac{\sqrt{7-\sqrt{48}}}{2-\sqrt{3}}$

[71] $\frac{\frac{2}{3}}{2}+\frac{3}{\frac{3}{2}}-\frac{1}{\frac{3}{7}}=\cdots$

[72] $\left(\frac{1}{2}-1\right)^{-1}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{-2}=\cdots$

[73] المضاعف المشترك الأصغر للعددين 12 , 18 هو ...

[74] القاسم المشترك الأكبر للعددين 16 , 28 هو ....

[75] العدد أربع مئة وخمسة وستون مليوناً و ثلاثة وستون ألفاً و أربع مئة وسبعة هو .....

[76] ناتج تقريب العدد 1.523 لأقرب جزء من مئة هو .... ولأقرب عدد صحيح هو .... و لأقرب جزء من عشرة هو ....

[77] القيمة المكانية للرقم 7 في العدد 437685932 تساوي ....

[78] إذا كان واحد دولار يساوي 3.75 ريال

فإن عدد الدولارات في 300 ريال هو....

[79] اشترت هالة غسالة كهربائية بتخفيض 10% من الثمن المحدد وهو 2800 ريال فإن ما تدفعه = ... ريال

[80] إذا كان العدد k عدداً موجباً يحقق $\sqrt{k^2-k+4}=2$ فإن: ... = k

[81] $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{-3}{2}}$ = ...

[82] $\frac{2^{60}\times 64^2-4^8\times 8^2}{2^{60}\times 2^6-4^8}$ = ...

[83] $\dfrac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{1}{8}} = \dots$

[84] $4+8-2\times4 = \dots$

[85] إذا علمت أن $x^2-y^2=48$ ، $x-y=6$ فما قيمة : $x+y$ ؟

[86] $\dfrac{10}{1-\sqrt{3}} = \cdots$

[87] تكون ثلاثية الحدود: $16x^2-24x+(m+1)^2$ مربعاً كاملاً إذا كانت ... = m

[88] $\sqrt{3^6+3^4} = \cdots$

[89] $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{-1}{2}} \times \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \dots\dots$

[90] عند حساب مهند للعملية الحسابية : 40 × 4605 باستخدام الآلة الحاسبة ؛ أخطأ في عملية الادخال فحسب : 40 × 4650 . لكي يصحح الخطأ فإن عليه أن يطرح من الناتج .....

[90] حل المعادلة: $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = 2.25$ هو ... = x